I. Einleitung

Dieser Beitrag ist dem Jubilar *Wolfgang Nadvornik*, Vorstand der Abteilung Finance & Accounting der Alpen-Adria-Universität Klagenfurt, meinem Chef und langjährigen Begleiter in meiner akademischen Laufbahn gewidmet. In den nunmehr zwölf Jahren unserer Zusammenarbeit lernte ich ihn als vielseitig interessierten Wissenschaftler kennen, der die Betriebswirtschaftslehre im Allgemeinen und die Finanzwirtschaft im Besonderen stets ganzheitlich und mit der gebotenen Praxisorientierung beforscht hat. Dennoch mangelt es in seinem wissenschaftlichen Werk keinesfalls an Tiefgang; insbesondere in der Unternehmensbewertung, dem „Steckenpferd" des Jubilars, haben zahlreiche Aufsätze *Nadvorniks* das Gedeihen dieses Forschungsfelds gefördert. Auch wenn sich meine persönliche fachliche Ausrichtung weniger auf die Bewertung von ganzen Unternehmen, sondern vielmehr auf die finanzwirtschaftliche Bewertung von (verbrieften) Ansprüchen wie Wertpapiere konzentriert, ist es mir ein Anliegen und Ausdruck meiner Wertschätzung, meinen Blick in diesem Beitrag „auf ein höheres Level" zu richten und den Brückenschlag zwischen der Bewertung von Wertpapieren und jener von ganzen Unternehmen zu schaffen.

Ausgangspunkt der Überlegungen dieses Aufsatzes ist die vielfach in der einschlägigen Literatur zur Unternehmensbewertung zu findende – und häufig wenig hinterfragte – Annahme der Sicherheit zukünftiger Cashflows eines Unternehmens. Gängige (und gleichermaßen moderne) Verfahren der Unternehmensbewertung basieren nämlich auf zukünftig erzielbaren Überschüssen, die nach Maßgabe von historischen Datenquellen wie etwa Jahresabschlüssen ermittelt werden. Grundsätzlich werden historische Überschüsse zum Bewertungsstichtag über eine üblicherweise drei bis fünf Jahre dauernde Detailplanungsphase fortgeschrieben und zusätzlich um (leicht) abzusehende künftige Umstände korrigiert. Für länger in die Zukunft reichende Zeiträume geht man hingegen in der Regel von gleichbleibenden Überschüssen aus. Ganz offensichtlich geht dieser Ansatz implizit von der Fiktion bekannter und damit sicherer künftiger Überschüsse aus, bzw unterstellt eine hohe Prognostizierbarkeit derselben. Obgleich es sich bei der Ermittlung von zukünftig zu erzielenden Überschüssen unabhängig von der zeitlichen Dimension natürlich immer nur um eine potentiell fehlerbehaftete Schätzung handeln kann, wird das Risiko von möglicherweise nicht-zutreffenden Prognosen in der Unternehmensbewertung in der Regel nicht direkt in diesen Daten berücksichtigt. Vielmehr wird finanzwirtschaftliches Risiko über eine zweite Komponente des Bewertungsinstrumentariums, nämlich durch einen „angemessenen" Zinssatz, abgebildet. Die herrschende Lehre kennt hierzu mehrere Techniken, sehr häufig wird jedoch einem sogenannten Basiszinssatz (der als risikolos betrachtet wird, wie etwa die Verzinsung einer Staatsanleihe höchster Bonität) eine dem mit dem zu bewertenden Unternehmen verbundenen Risiko entsprechende Risikoprämie aufgeschlagen. Die Ermittlung solcher Zuschläge kann zum Beispiel unter Verwendung eines kapitalmarkttheoretischen Modells, wie etwa des nobelpreisgewürdigten Capital Asset Pricing Models (CAPM) nach *Sharpe*, erfolgen. Letztlich kann der Unternehmenswert in solch einem Bewertungsrahmen durch das Abzinsen der (geschätzten) Überschüsse mit dem risikoadäquaten Zinssatz gefunden werden. In diesem Beitrag soll hingegen eine alternative Methode diskutiert werden, indem die Überschüsse selbst einer konkreten Stochastik unterworfen werden, aus der für den Unternehmenswert letztlich eine statistische Verteilung mit bekanntem Erwartungswert folgt. Dies soll in Abhängigkeit einer Maßzahl für die Prognosefähigkeit des Bewertenden geschehen, die zum Ausdruck bringt, wie präzise bzw unpräzise zukünftige Überschüsse quantifiziert werden können.

II. Allgemeines zur Unternehmensbewertung

A. Überblick gängiger Bewertungsverfahren

Die Ausführungen dieses Kapitels dienen dem Verständnis der Kerninhalte im Hauptteil dieses Aufsatzes. Dabei wird hier nur grundsätzlich auf Bewertungsverfahren eingegangen, ohne jedoch den Anspruch auf eine erschöpfende und detaillierte Darstellung derselben zu erheben. Im Allgemeinen sind Verfahren zur Bewertung ganzer Unternehmen wie folgt zu klassifizieren:[1]

- Gesamtbewertungsverfahren
  - Ertragswertverfahren
  - DCF-Verfahren (Bruttoverfahren [FCF, TCF, APV], Nettoverfahren [FTE])
  - Vergleichsverfahren (Comparative Company Approach, Multiplikatorverfahren)
- Einzelbewertungsverfahren
  - Substanzwert zu Reproduktionswerten
  - Substanzwert zu Liquidationswerten
- Mischverfahren
  - Übergewinnverfahren
  - Mittelwertverfahren

In der Praxis der Unternehmensbewertung deuten empirische Befunde[2] hinsichtlich der tatsächlich zur Anwendung kommenden Verfahren auf eine ausgeprägte Dominanz der Discounted-Cashflow (DCF)-Verfahren hin, weshalb auf diese genauer in der Folge eingegangen wird. Die künftigen Überschüsse des betrachteten Unternehmens werden hierbei durch den Saldo der zu- und abgeflossenen liquiden Mittel quantifiziert. Je nach Ausprägung des eingesetzten DCF Verfahrens differenziert die Literatur dabei grob zwischen jenen Cashflows, die dem Unternehmen insgesamt zufließen (Free Cashflows), und jenen Cashflows, die bloß der Befriedigung der Eigentümer des Unternehmen zukommen (Flows to Equity). Hinsichtlich der bei diesen Verfahren zur Anwendung kommenden Diskontsätze bedient man sich objektivierter, dh kapitalmarktorientierter Zinssätze. Die Basis hierfür bildet ein risikoloser Marktzins; das mit dem Unternehmenserwerb verbundene Risiko wird in Form eines Zuschlags auf den Basiszinssatz abgegolten (die Grundlage für dessen Ermittlung stellt das CAPM dar). Aus letzterem folgt eine risikoadäquate Verzinsung für die das Haftungskapital des Unternehmens bereitstellenden Eigentümer (i_{EK}). Für diesen Zins gilt:

$$i_{EK} = i_{rf} + \beta * (r_M - i_{rf}),$$

1 Siehe zB *Nadvornik et al* (2015).

2 Siehe zB *Nadvornik/Sylle* (2012).

wobei i_{rf} den risikofreien Zins bezeichnet, r_M die Rendite eines wohldiversifizierten Portfolios risikobehafteter Assets (zB ein nationaler Aktienindex) beziffert und β das mit dem Unternehmen verbundene systematische Risiko bemisst. Für börsenotierte Unternehmen kann die zentrale Maßzahl β aus historischen Kursdaten errechnet werden, für nicht kapitalmarktorientierte Unternehmen kann beispielsweise durch Verwendung von sogenannten Branchenbetafaktoren ein durchschnittlich für ein Unternehmen eines speziellen Wirtschaftszweigs zutreffendes Risiko ermittelt werden.

Im Fall einer Gesamtbewertung des Unternehmens kommt ein aus Eigenkapital- und Fremdkapitalverzinsung gewogener Mischzins zur Anwendung, der sogenannte WACC (Weighted Average Cost of Capital). Formal lässt sich der WACC (i_{WACC}) bei Kenntnis einer angemessenen Verzinsung für die Einlage der Eigenkapitalgeber i_{EK} wie folgt ableiten:

$$i_{WACC} = i_{EK} * (EK/GK) + i_{FK} * (1 - s) * (FK/GK),$$

wobei i_{FK} den Zinssatz des verzinslichen Fremdkapitals, EK das bilanzielle Eigenkapital, FK das bilanzielle Fremdkapital, GK die Bilanzsumme und s den Unternehmenssteuersatz bezeichnen.

Unter Maßgabe einer Schätzung einer Zeitreihe (i.d.R. äquidistant anfallender) künftiger Cashflows (Free Cashflows [FCF] bzw Flows to Equity [FTE]) kann der Unternehmenswert (UW) nun (sehr vereinfacht) als Funktion der Cashflows und des maßgeblichen Diskontsatzes ermittelt werden:

$$UW = f\,(FTE, i_{EK})$$

bzw

$$UW = f\,(FCF, i_{WACC})$$

Diesen beiden im Rahmen der Unternehmensbewertung häufig zur Anwendung kommenden Verfahren lässt sich ein gemeinsames und eindeutiges Muster abgewinnen; die als Datum betrachtete Zeitreihe von Cashflows sowie ein kapitalmarktorientierter, risikoadäquater Zinssatz bilden die Grundlage für die Unternehmenswertermittlung. Risiko wird demnach unmittelbar und ausschließlich im Diskontsatz berücksichtigt. Alternative Ansätze zur Berücksichtigung von Risiko sollen nun im nächsten Kapitel beleuchtet werden.

B. Berücksichtigung von Risiko

Grundsätzlich unterscheidet zB *Kruschwitz* (2001) hinsichtlich der Berücksichtigung von Risiko in der Unternehmensbewertung zwischen zwei alternativen Ansätzen: Die mit Unsicherheit behafteten künftigen Nettoeinzahlungen – Cashflows – seien demzufolge entweder (wie bereits weiter oben dargestellt) mit einem Basiszinssatz zuzüglich einer entsprechenden Risikoprämie zu bewerten (also abzuzinsen), alternativ könne man bei der Bewertung die Nettoeinzahlungen um einen adäquaten Risikoabschlag vermindern und die nunmehr geringeren Cashflows mit einem risikolosen Zinssatz diskontieren. Letztere Vorgehensweise fingiert die Existenz eines zu einem risikobehafteten

Cashflow gehörenden Sicherheitsäquivalents. Hierunter ist im Allgemeinen ein sofort zur Auszahlung gelangender sicherer Betrag zu verstehen, der einem Individuum mit bekannter Risikoeinstellung denselben Nutzen wie der Anspruch auf eine im Vorhinein dem Betrag nach nicht feststehende Zahlung stiftet. Üblicherweise geht man insbesondere im finanzwirtschaftlichen Kontext von risikoaversen Individuen aus, die – im Einklang mit den bisherigen Ausführungen – entweder für die Übernahme von Risiko eine Prämie auf den Diskontsatz verlangen, oder eben dem Risiko entsprechend geringere oder höhere Abschläge auf die künftigen Nettoeinzahlungen einfordern. Übertragen auf die Idee des Sicherheitsäquivalents bedeutet dies, dass ein Individuum statt eines unsicheren Cashflows mit einem Erwartungswert in Höhe von beispielsweise 100 bereit ist, stattdessen einen sicheren Betrag kleiner als 100, zB 90, zu akzeptieren. Die Differenz, somit jener Betrag auf den ein risikoscheues Individuum zu verzichten bereit ist, um nicht dem Risiko der unsicheren Zahlung ausgesetzt zu sein, heißt Risikoprämie. Grundsätzlich führen dabei beide Varianten zum gleichen Ergebnis, es ist also rechnerisch irrelevant, ob eine erwartete künftige Zahlung mit einem Basiszins zuzüglich Risikoaufschlag diskontiert wird, oder ob das Sicherheitsäquivalent dieser unsicheren Zahlung mit einem risikolosen Zins bewertet wird.

Auf die Bewertung von Unternehmen übertragen, ist es eben genau jener Betrag der dem Erwartungswert der diskontierten unsicheren Cashflows angesichts des damit verbundenen Risikos abgeschlagen wird. Grundsätzlich können diese Risikoprämien – die entweder im Zinssatz oder in den Nettoeinzahlungen Berücksichtigung finden – objektiviert, also zB kapitalmarktorientiert (wie bereits angedeutet) gefunden oder auf Basis einer bekannten Nutzenfunktion ermittelt werden. Die Darstellung einer Bewertungsmethode, die auf dem Gedanken der Sicherheitsäquivalentmethode basiert, soll nun im folgenden Kapitel näher behandelt werden.

III. Unternehmenswert bei stochastischen Cashflows

A. Modellierung von Cashflows

Typische finanzwirtschaftliche Zeitreihen wie Aktienkurse, Zinssätze oder auch Wechselkurse unterliegen im Zeitablauf in der Regel Schwankungen. Der Hypothese Effizienter Märkte (Efficient Market Hypothesis [EMH]) nach *Fama* (1970) folgend, sind Märkte insofern informationseffizient, als dass Informationen vollständig und unverzüglich in gegenwärtige Kurse eingepreist werden. Dies impliziert, dass beispielsweise unmittelbar bei Bekanntwerden einer kursrelevanten Information betreffend eine Aktiengesellschaft der Kurs der jeweiligen Aktie ohne zeitliche Verzögerung auf jenes Niveau steigt bzw sinkt, das unter Maßgabe dieser neuen Information nun „fair" ist. Infolgedessen ist es nach der EMH nicht möglich, auf Basis bekannter historischer Daten zukünftige Preise von finanzwirtschaftlichen Kenngrößen vorherzusagen, zumal genau diese Information bereits in Kursen eingepreist ist und sich daher nicht mehr für Prognosezwecke eignen kann. Daraus folgt auch unmittelbar, dass jeder Versuch der Kursprognose scheitern muss und künftige Kurse bloß durch Realisationen von Zufallsvariablen charakterisiert werden können. Vor diesem Hintergrund haben sich vor allem im

Zusammenhang mit Wertpapierpreisen Modelle entwickelt, die den stochastischen Charakter künftiger Preise erfassen können. Ein in diesem Zusammenhang prominent zur Anwendung gelangendes Zeitreihenmodell ist die durch die optionspreistheoretischen Arbeiten von *Black* und *Scholes* (1973) sowie *Merton* (1974) ins Zentrum der Aufmerksamkeit gerückte Geometrische Brownsche Bewegung (GBM, Geometric Brownian Motion). Die GBM ist ein Zufallsprozess, der in stetiger Zeit der folgenden Differentialgleichung genügt:

$dY_t = m * Y_t \, dt + s * Y_t \, dW_t,$

wobei Y_t den Preis zum Zeitpunkt t, m die Driftrate, s die Diffusionsrate und W_t einen Wiener Prozess unter dem physischen Maß P bezeichnen. Die Driftrate drückt dabei aus, in welchem Ausmaß sich Cashflows über die Zeit systematisch (tendenzielles Ansteigen/Absinken) verhalten; die Diffusionsrate hingegen bemisst das Ausmaß potentieller Schwankungen. Wird Risiko als unerwünscht betrachtet (wie es für risikoaverse Individuen zutrifft), wird der Parameter m entsprechend höher (geringer) bei großem (kleinem) s ausfallen müssen, um denselben Nutzen wie eine risikolose Alternative zu stiften. Wie bereits ausgeführt, wird für viele typische finanzwirtschaftliche Zeitreihen angenommen, dass deren zeitliche Entwicklung durch eine entsprechend parametrisierte GBM (eben durch die spezifische Wahl von m und s, die beispielsweise aus historischen Daten geschätzt werden können) charakterisiert werden könne. Der Gedanke, dass Nettoeinzahlungen im Kontext einer DCF-basierten Unternehmensbewertung ebenfalls diesem Prozess unterliegen, scheint aufgrund des ausgeprägt finanzwirtschaftlichen Charakters dieser Anwendung gut begründbar zu sein; in der Folge wird daher angenommen, dass die Dynamik von Cashflows eines Unternehmens über die Zeit durch eben diesen Prozess beschrieben werden kann.

Unter der (weiteren) Annahme eines vollständigen Marktes und der Abwesenheit von Arbitragemöglichkeiten lässt sich zum physischen Wahrscheinlichkeitsmaß P das eindeutig definierte äquivalente Martingalemaß (auch risikoneutrales Maß genannt) ableiten. Unter Verwendung dieses Maßes folgen die Cashflows Y_t einer GBM mit einer Driftrate, die dem risikolosen Zinssatz entspricht (dies entspricht der Idee des Sicherheitsäquivalents aus dem vorangehenden Kapitel). Formal lässt sich dies wie folgt darstellen:

$dY_t = rf * Y_t \, dt + s * Y_t \, dW_t^Q$

Werden unmittelbar Barwerte dieser Cashflows X_t modelliert, sind diese, aufgrund der mit der Verwendung des äquivalenten Martingale Maßes in Zusammenhang stehenden Risikoneutralität aller diesem Modellrahmen ausgesetzten Individuen, ebenso nur mit dem risikolosen Zins (und nicht etwa mit einem um einen Zuschlag erhöhten Zinssatz) zu diskontieren. Der zuvor dargestellte Cashflow-Prozess reduziert sich in der Folge auf einen Barwert-Prozess der Form:

$dX_t = s * X_t \, dW_t^Q,$

wobei X_t die Barwerte der betrachteten Cashflows unter dem risikoneutralen Maß bezeichnen. In diesem Zusammenhang gilt weiters die Gleichung $X_t = Y_t * \exp[-rf * t]$. Die

Barwerte der bewertungsrelevanten Cashflows folgen damit einem Martingale-Prozess, der nun ohne explizite weitere Berücksichtigung einer Drift-Komponente für Zwecke der Unternehmensbewertung weiterverwendet werden kann.

Das diesem Prozess inhärente Risiko (quantifiziert durch die Diffusionsrate s) wirkt sich in der Folge auf die Bewertung des diese Cashflows generierenden Unternehmens aus, und zwar insofern, als dass jede – auch noch so gewissenhafte und fundierte – Schätzung konkreter Cashflow-Zeitreihen nur eine mögliche Realisation der angeführten Stochastik sein kann und die Realität zukünftiger, tatsächlich anfallender Cashflows davon (sehr wahrscheinlich) abweichen wird (abgesehen vom Spezialfall $s = 0$). Unter diesem Gesichtspunkt bietet es sich jedoch jedenfalls an (bzw drängt es sich nahezu auf), den Versuch zu unternehmen, die potentielle Übereinstimmung von Ex-ante-Schätzung und Ex-post-Realität der Cashflows zu quantifizieren. Ein hierzu geeignetes Maß stellt der Korrelationskoeffizient r dar, der als Kennzahl für die Übereinstimmung zweier Wertemengen (zB geschätzte und tatsächlich realisierte Cashflows) aufgefasst werden kann. Im Fall des Schätzens künftiger Cashflows bedeutet eine vollständige Übereinstimmung der Schätzwerte mit den ex post realisierten Cashflows eine Korrelation von $r = 1$ und impliziert daher die Fähigkeit des Schätzenden, die Zukunft vollständig vorherzusehen. Eine andere Interpretation könnte lauten, dass etwa in einer spezifischen Branche kaum bzw keine Ungewissheit über zukünftig zu erzielende Cashflows besteht und künftige Überschüsse mit (annähender) Sicherheit ermittelt werden können. Im gegenteiligen Fall einer Korrelation von $r = 0$ besteht kein durch diese (lineare) Kennziffer erkennbarer Zusammenhang zwischen der Schätzung und den realisierten Cashflows; ökonomisch betrachtet würde dies das vollständige Fehlen jedweder Information, die tatsächliche Cashflows auch nur ansatzweise planbar werden ließe, bedeuten. Werte für den Korrelationskoeffizienten zwischen 0 und 1 meinen analog dazu eine teilweise Planbarkeit künftiger Cashflows. Diesen Argumenten folgend, wird diese Kennziffer konsequenterweise für die Bemessung der „Vertrauenswürdigkeit" von Cashflow-Prognosen herangezogen. Der Vollständigkeit halber sei darauf hingewiesen, dass der Korrelationskoeffizient über das Intervall $[-1, 1]$ definiert ist und daher – statistisch betrachtet – nicht nur unterschiedlich ausgeprägte Übereinstimmungen von der Schätzung und der Realität von Cashflow-Zeitreihen denkbar sind. Für negative Werte der Korrelation würden nämlich Schätzwerte und realisierte Cashflows sogar einem gegensätzlichen – und eben keinem gleichläufigen – Muster folgen. Daraus folgt jedoch unmittelbar, dass auch ein gegensätzliches Muster das Vorliegen von Information bedeutet. Insofern kann in der Beurteilung von Information künftige Cashflows betreffend der Betrag der Korrelation r als Maß für die Prognosegüte herangezogen und der Effekt dieser Kennzahl auf Wertemengen im Intervall von 0 bis 1 beschränkt werden.

Für die Modellierung dieses dargestellten Sachverhalts lässt sich nun eine bivariate Geometrische Brownsche Bewegung (bGBM) unter dem risikoneutralen Maß heranziehen. Diese beschreibt die gemeinsame Entwicklung zweier GBM mit einem gegebenen r. Formal genügt eine bGBM der folgenden Differentialgleichung:

$$dX_t^i = s^i * X_t^i \, dW_t^{Q,i,}$$

wobei für i = {Schätzung (S), Realität (R)} und weiters der Zusammenhang $E[dW_t^S dW_t^R] = r\,dt$ gilt. W_t^Q bezeichnet den Wiener Prozess unter dem risikoneutralen Maß Q. Vereinfachend wird angenommen, dass beide Cashflow-Prozesse der bGBM mit $X_0^i = 1$ und $W_0^{Q,i} = 0$ starten und die mit den Komponenten der bGBM verbundene Diffusionsrate gleich ist; demnach gilt $s^i = s$.

In der Folge lassen sich nun Erwartungswerte für den Unternehmenswert, resultierend aus der beschriebenen Stochastik, ableiten. In einer Approximation in diskreter Zeit der zeitstetigen bGBM fallen die Cashflows bzw die modellierten Barwerte der Cashflows X_t, zu definierten Zeitpunkten über einen begrenzten Zeitraum t = {1, …, T} an. Der Erwartungswert einzelner Cashflows (die einer allgemeinen GBM mit Driftrate m folgen) ist bestimmt durch:

$E[X_t] = X_0 * \exp[m*t]$

Wegen m = 0 und $X_0 = 1$ im vorliegenden Fall ist der Erwartungswert des Barwerts jedes Cashflows unabhängig vom konkreten zeitlichen Anfall exakt 1. Da diese Cashflows über genau T Perioden anfallen, ist der Erwartungswert des Unternehmenswert genau T (dies gilt sowohl für ex ante geschätzte als auch ex post realisierte Werte). Tatsächlich können nun effektiv realisierte Cashflows und damit auch der resultierende Unternehmenswert von diesem Erwartungswert abweichen, woraus sich eine Verteilung – sowohl hinsichtlich der Schätzung als auch hinsichtlich des tatsächlichen Werts – den Unternehmenswert betreffend ergibt.

Inwieweit nun die Prognosegenauigkeit, gemessen in r, den Erwartungswert des Unternehmenswerts bei Vorliegen einer spezifischen Schätzung beeinflusst, soll nun im folgenden Kapitel näher untersucht werden.

B. Unternehmenswert bei unsicheren Cashflows und Prognoseunschärfen

Ausgehend vom im vorigen Kapitel eingeführten Prozess zur Modellierung von Cashflows unterliegen einzelne Cashflows einer logarithmischen Normalverteilung. Obwohl der Erwartungswert der Summe dieser Cashflows mit T angegeben werden kann (und auch die Varianz bekannt ist), ist die Verteilung der Summe dieser log-normalverteilten Cashflows (und damit die Verteilung des Unternehmenswerts) nicht bekannt. Dies liegt in dem Umstand begründet, dass für die Summe von log-normalverteilten Zufallsvariablen bislang keine bekannte Verteilung angegeben werden kann.

Die Literatur – vor allem Aufsätze aus der Signalverarbeitung sowie finanzwirtschaftliche Literatur zur Bepreisung von Asiatischen Optionen – kennt allerdings näherungsweise passende Verteilungen für das vorliegende Problem der Summe von log-normalverteilten Cashflows.

Milevsy/Posner (1998) widmen sich etwa der Bepreisung von Asiatischen Optionen, die einen Anspruch auf den Durchschnitt der Preise einer diesem Kontrakt zugrunde liegenden Aktie verbriefen. Annahmegemäß folgen die Aktienpreise – wie auch die Cashflows im vorliegenden Aufsatz – einer GBM; der Wert der Option ist demnach eine

Funktion des arithmetischen Mittels von log-normalverteilten Aktienpreisen. Diese Problemstellung kann unmittelbar auf jene dieses Aufsatzes übertragen werden; ein Durchschnitt aus T Werten lässt sich direkt durch Multiplikation mit T in die Summe aus T Werten überleiten und trifft daher auch genau den Kern der Frage, welcher Verteilung die Summe aus stochastischen Cashflows unterliegt.

Milevsy/Posner (1998) können zeigen, dass der Durchschnitt (bzw äquivalent dazu die Summe) von log-normalverteilten Zufallsgrößen asymptotisch einer Gamma-Verteilung folgt. Daraus lässt sich demnach auch die Verteilung des Unternehmenswerts, resultierend aus Cashflows, die einer GBM folgen, herleiten. Die Gamma-Verteilung ist eine kontinuierliche Wahrscheinlichkeitsverteilung, die für positive Werte definiert ist und deren konkretes Aussehen durch zwei Parameter a und b (die sogenannte „Shape" bzw „Rate") determiniert ist. Definiert man die Summe der diskontierten Cashflows im Kontext einer Unternehmensbewertung als PV (present value = Barwert), kann die Verteilung des PV nun geschrieben werden:

$PV \sim \text{Gamma}(a, b)$

Die interessierenden Parameter dieser Gamma-Verteilung können durch „Moment Matching" gefunden werden. Bei Kenntnis von s und T gilt für die ersten beiden (risikoneutralen) Momente (M_1 und M_2) der Summe von log-normalverteilten Cashflows:[3]

$M_1 = E[\ \Sigma X\ ] = T$

und

$M_2 = E[\ (\Sigma X)^2\ ] = 2 / s^4 * [\ \exp[s^2T] - 1 - s^2T\ ]$

Für die Parameter a und b gilt in der Folge:

$a = M_1^{\ 2} / (M_2 - M_1^{\ 2})$

$b = (M_2 - M_1^{\ 2})/M_1$

Es kann leicht überprüft werden, dass der Erwartungswert einer Gamma-Verteilung, definiert durch a*b, bei Multiplikation obiger Definitionen wiederum zum bereits gezeigten Erwartungswert für die Summe der diskontierten Cashflows $a*b = M_1 = T$ führt.

Akzeptiert man nun die Gamma-Verteilung als ausreichend genaue Approximation für die Summe von log-normalverteilten Zufallsgrößen, folgt daraus unmittelbar, dass sowohl der geschätzte Unternehmenswert, PV^S als auch der zugehörige tatsächliche Unternehmenswert, PV^R einer Gamma-Verteilung mit den Parametern a und b unterliegen. Die gemeinsame Verteilung dieser Größen kann konsequenterweise durch eine bivariate Gamma-Verteilung mit den Parametern a, b und q beschrieben werden, wobei q die Korrelation zwischen PV^S und PV^R bezeichnet. Das Maß q folgt unmittelbar aus der Parametrisierung der bGBM und ist somit von r und s abhängig (auf eine detaillierte mathematische Darstellung wird hier jedoch verzichtet). Aus ökonomischer Perspektive kann q somit als Maß für die „Glaubwürdigkeit" eines geschätzten Unter-

3 Vgl *Milevsy/Posner* (1998).

nehmenswerts PV^S interpretiert werden. Sind etwa die beiden Komponenten der die Cashflows steuernden bGBM perfekt positiv korreliert, impliziert dies die vollständige Vorhersagbarkeit künftiger Cashflows und in der Folge $q = 1$, was wiederum bedeutet, dass der geschätzte Unternehmenswert exakt dem tatsächlichen entspricht. Ist hingegen $r < 1$, gilt auch für $q < 1$, und damit kann der geschätzten Unternehmenswert vom tatsächlichen (jenem unter Maßgabe der tatsächlich zu erzielenden Cashflows) abweichen.

Unter Verwendung der bivariaten Gamma-Verteilung kann nun ein bedingter Erwartungswert für den Unternehmenswert abgeleitet werden. In Abhängigkeit einer vorliegenden Schätzung pv^S gilt für den Erwartungswert des tatsächlichen Unternehmenswerts PV^R:[4]

$$E[PV^R \mid PV^S = pv^S] = a*b * (1 - q) + q*pv^S$$

Obiger Zusammenhang ist ökonomisch wie folgt zu interpretieren: Auf Basis einer Schätzung zukünftiger zu erzielender Cashflows mit resultierendem summiertem Barwert derselben (pv^S) ergibt sich der bedingte Erwartungswert des tatsächlichen Barwerts aller Cashflows aus einer gewichteten Linearkombination aus dem unbedingten Erwartungswert $a*b = T$ und dem berichteten Barwert aus der Schätzung. Somit stehen einander zwei Werte gegenüber: Ein durchschnittlicher Unternehmenswert, der bei Zugrundelegung der beschriebenen GBM ohnehin (im Mittel) zu erwarten ist und ein möglicherweise davon abweichender Schätzwert. Der bedingte Erwartungswert des tatsächlichen Unternehmenswerts hängt nun von diesen Werten und der Korrelation q ab. Wie schon angedeutet wurde, kann q als Maß für Prognosefähigkeit interpretiert werden und deutet in den Extremfällen (1) $q = 0$ und (2) $q = 1$ auf vollkommene Ungewissheit bzw vollständige Vorhersagbarkeit künftiger Cashflows hin. Setzt man diese beiden Extremvarianten in die Gleichung für den bedingten Erwartungswert ein, erhält man:

$$E[PV^R \mid PV^S = pv^S, q = 0] = a*b = T$$

bzw

$$E[PV^R \mid PV^S = pv^S, q = 1] = pv^S$$

Im ersten Fall verfügt der Schätzende über keine Information bezüglich der Entwicklung künftiger Cashflows, somit ist seine Schätzung wertlos und der beste Schätzer für den tatsächlich zu erzielenden Unternehmenswert ist der Erwartungswert der Summe der (diskontierten) Cashflows aus der GBM. Der korrespondierende erwartete Unternehmenswert ist in diesem Fall gleich T. Im zweiten Fall – jenem der vollkommenen Vorhersagbarkeit künftiger Cashflows – kann der Schätzende die Zukunft vollständig voraussagen; seine „Schätzung" ist demnach keine mit Unsicherheit behaftete Prognose mehr, sondern stellt ein sicheres Datum dar. In Abhängigkeit von r und damit in der Folge von q ist der tatsächlich zu erwartende Unternehmenswert – gegeben eine Schätzung pv^S – damit eine Linearkombination aus unbedingtem Erwartungswert und der

4 Siehe *Mathai/Moschopoulos* (1991).

Schätzung selbst. Bislang wurde auf die zentrale Bedeutung der geschätzten Cashflows für die Beurteilung des zu erwartenden tatsächlichen Unternehmenswerts hingewiesen. Inwieweit nun bewertungsrelevante Schlussfolgerungen aus einer bzw auch mehrerer Schätzungen abgeleitet werden können, soll in der Folge diskutiert werden.

C. Preisfestlegung bei einmalig geschätzten Cashflows

Angesichts des im vorigen Kapitel hergeleiteten bedingten Erwartungswerts für den Wert eines mittels DCF-Verfahren bewerteten Unternehmens kann nun die Frage nach angemessenen (fairen) Kauf- bzw Verkaufspreisen gestellt werden. Unter Maßgabe des bei Vorliegen (nur) einer einzelnen Schätzung von Cashflows zu erwartenden Unternehmenswerts:

$$E[PV^R \mid PV^S = pv^S] = a*b * (1 - q) + q*pv^S$$

Damit ergibt sich der faire Preis K für das Unternehmen aus der Gleichung:

$$K = E[PV^R \mid PV^S = pv^S]$$

„Fair" bedeutet in diesem Zusammenhang, dass sowohl ein Käufer als auch ein Verkäufer des Unternehmens exakt jenen Wert erlösen bzw bezahlen, der dem Erwartungswert der künftig durch dieses Unternehmen zu erzielenden diskontierten Cashflows entspricht. Obiger Zusammenhang kann nun alternativ wie folgt angeschrieben werden:

$$q = (K - a*b)/(pv^S - a*b)$$

Beide Darstellungen lassen nun unmittelbar finanzwirtschaftliche Schlussfolgerungen zu. Einerseits kann bei bekannter Prognosefähigkeit q und vorliegender Schätzung für den Unternehmenswert pv^S ein fairer Kaufpreis abgeleitet werden. Andererseits lässt sich aus dem zweiten Zusammenhang jene Prognosefähigkeit ableiten, die ein Schätzender aufweisen muss, damit der festgelegte Kaufpreis gerechtfertigt ist.

Ein Beispiel soll dies nun verdeutlichen.

> Die künftigen Cashflows eines Unternehmens seien einer Stochastik unterworfen, die durch eine Geometrische Brownsche Bewegung beschrieben werden kann. Der Erwartungswert der diskontierten Cashflows sei 100. Gleichzeitig liegt für dieses betrachtete Unternehmen eine sorgfältige, jedoch mit Unsicherheit behaftete Schätzung künftiger Cashflows vor, die auf einen Barwert derselben und damit einen konkreten Unternehmenswert von 120 hindeuten.
>
> **Fall 1: bekannte Prognosefähigkeit q = 0,70**
> Der faire Kaufpreis für dieses Unternehmen beträgt:
> $K = 100 * (1 - 0{,}7) + 0{,}7 * 120 = 114$
>
> **Fall 2: fixierter Kaufpreis von 110**
> Die erforderliche Prognosefähigkeit lautet:
> $q = (110 - 100)/(120 - 100) = 0{,}5$
> Eine Prognosefähigkeit von q = 0,5 rechtfertigt somit sowohl für den Käufer als auch den Verkäufer den fixierten Kaufpreis von 110.

D. Preisfestlegung bei zweimalig geschätzten Cashflows

Häufig wird in der Praxis ein Unternehmenserwerb bzw ein -verkauf nicht nur auf Basis einer Schätzung für künftige Cashflows erfolgen. Insbesondere bei Transaktionen mit großem Volumen kann davon ausgegangen werden, dass zB externe Berater, Finanzdienstleister, Investmentbanken, Wirtschaftsprüfer oder vergleichbare Unternehmen bzw. Personen für die Findung eines angemessenen Kaufpreises hinzugezogen werden. In den bereits ausführlich dargestellten Modellrahmen kann der Umstand einer zweiten vorliegenden Schätzung künftige Cashflows betreffend wie in der Folge dargestellt integriert werden.

Es sei angenommen, dass ein zweiter Schätzender eine Prognose pv^{S2} mit derselben Fähigkeit der Einschätzung künftiger Cashflows q vornimmt. Zu rechtfertigen ist diese Annahme bezüglich der Prognosefähigkeit etwa durch den Umstand, dass die Cashflows eines spezifischen Unternehmens von zwei Experten unter Berücksichtigung aller jeweils verfügbaren Informationen eben mit der gleichen Güte vorhergesagt werden können. Gleichzeitig sei angenommen, dass die vorliegenden beiden Schätzungen untereinander unkorreliert seien; folglich ist in der zweiten Prognose ausschließlich neue Information enthalten, bzw repliziert die Prognose künftiger Cashflows keine bereits bekannten Informationen und unterliegt im Umkehrschluss auch nicht bereits in der ersten Schätzung enthaltenen Fehlern. Die zweite Schätzung bezüglich des Unternehmenswerts ist bei Unterstellung der gleichen zu berücksichtigen Stochastik der Cashflows wie die erste Gamma-verteilt mit den Parametern a und b.

Werden diese beiden Schätzwerte pv^{S1} und pv^{S2} nun als konkrete Realisationen einer Zufallsvariable mit dem Erwartungswert des tatsächlichen Unternehmenswerts begriffen, so ist der beste Schätzer für den Erwartungswert einer Gamma-verteilten Zufallsvariable bei zwei vorliegenden, wechselseitig unkorrelierten Schätzwerten deren arithmetischer Mittelwert, der im Falle zweier Gammavariablen ebenso Gamma-verteilt ist, jedoch mit den Parametern 2*a und b/2. Im Vergleich zu nur einer vorliegenden Schätzung mit der Varianz $a*b^2$ reduziert sich die Streuung dieser Zufallsgröße auf $2* a *(b/2)^2 = a*b^2/2$ und grenzt den wahren Unternehmenswert daher enger ein. Grundsätzlich gilt es, bei dieser Problemstellung einen unbekannten (auf tatsächlichen Cashflows basierenden) Unternehmenswert zu finden, wobei dieser als konkrete, jedoch nicht beobachtbare Realisation eine Gamma-verteilte Zufallsvariable darstellt. Die Schätzungen können wiederum als Realisationen dieser Zufallsvariable mit dem unbekannten Mittelwert des tatsächlichen Unternehmenswerts verstanden werden, und dienen somit als Anhaltspunkt für den gesuchten „wahren" Mittelwert, eben den Unternehmenswert. Aus der Statistik von Stichproben folgt, dass eine einzelne Schätzung der beste Schätzer für den gesuchten Mittelwert ist, bei Vorliegen mehrerer Schätzwerte ist der arithmetische Mittelwert derselben der beste Schätzer. Im Erwartungswert werden die Schätzer für den gesuchten Mittelwert jedoch nur insofern „genauer", als dass jenes Intervall, in dem der gesuchte Mittelwert tatsächlich mit einer gegebenen Wahrscheinlichkeit liegt, bei Hinzukommen weiterer Schätzwerte enger wird. In einem risikoneutralen Modellrahmen spielt dieser Risiko-Aspekt definitionsgemäß keine unmittelbare Rolle, dennoch kann sich die durch weitere Schätzungen hinzukommende Information auf den bedingten Erwartungswert